

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACION: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A**Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.**

Estudiar en función de los valores del parámetro a el rango de la matriz siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & a & 1 \\ 3 & 2 & -a \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x^2 - 4x + 4}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x^2 - \cos(x)}{2x^2}.$$

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Estudiar la posición relativa de las rectas r y s dadas por las ecuaciones siguientes:

$$r: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{1}, \quad s: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los valores de x, y que hacen que $B^2 - xB + yI_2 = 0$, donde yI_2 es el producto del número y por la matriz identidad 2×2 y xB es el producto del número x por la matriz B dada por

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los valores del parámetro b que hacen que la función $f(x)$ tenga un mínimo en $x=2$, donde:

$$f(x) = \frac{3x^2 - bx}{x + 2}.$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Si se tiene el sistema lineal de ecuaciones siguiente, se pide:

$$\begin{cases} x - \lambda y - 3z = 0 \\ 2x - 6y - z = 0 \\ x + 6y - z = 0 \end{cases}$$

(a) (1 punto) Estudiar si el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible en función de los valores del parámetro λ .

(b) (1 punto) Calcular todas las soluciones para los valores de λ (si los hay) que hacen que el sistema sea compatible indeterminado.

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Hallar las matrices cuadradas de orden dos A y B que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$2A - B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad 2A + B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{2x + 3}{(x + 1)^2} dx.$$

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x^3)}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 - 3x}.$$

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar la posición relativa del plano π y la recta r dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\pi \equiv 2x + 2y - z - 2 = 0, \quad r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -2 + 2\lambda \\ z = -2\lambda \end{cases}$$